

Volver a la Luna: Motores, cohetes y puntos de Lagrange

Alejandro Ramírez Solís

Facultad de Ciencias, UAEM
Miembro de la Academia de Ciencias de Morelos

Los motores de los cohetes Saturno V que llevaron al hombre a la Luna han sido encontrados a 4 km de profundidad en el Atlántico. ¿Por qué son importantes estos motores? La "velocidad de escape" es el valor mínimo que debe tener un objeto lanzado desde la Tierra para escapar al campo gravitatorio de ésta. Aquí es necesario recordar cuánto vale la fuerza de gravedad entre dos objetos de masas M (en este caso la de la Tierra) y m (la del cohete) separados por una distancia r . La fuerza de atracción entre estos objetos es proporcional al producto de sus masas dividido entre el cuadrado de la distancia que los separa. Para medir esta fuerza F en Newtons (N, que es la unidad de fuerza del sistema internacional de medidas) las masas deben expresarse en kilogramos (kg), la distancia en metros (m) y todo lo anterior debe multiplicarse por una constante muy pequeña, llamada la constante de Gravitación universal cuyo valor es $G=6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$, es decir, $F=GMm/r^2$. Para llegar a la Luna notamos que el problema involucra a tres objetos, la Tierra (con una masa de $5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$), Luna (cuya masa es de $7.3 \times 10^{22} \text{ kg}$) y el cohete con una masa millones de millones de veces menor. Esta situación es conocida como "el problema de tres cuerpos". El lector se preguntará ¿qué quiere decir encontrar la solución al problema de tres cuerpos? La solución implica conocer la posición y las velocidades de los tres objetos en cualquier momento si se conocen su posición y velocidades iniciales. Pero vimos que la expresión de la fuerza de gravedad sólo involucra la masa de dos objetos y en nuestro problema hay tres cuerpos. Afortunadamente la gravedad es aditiva, es decir, que la fuerza total sobre el cohete será la suma de las fuerzas de atracción del cohete hacia la Tierra más la fuerza de atracción del cohete hacia la Luna. Si el cohete se encuentra más cerca de la Tierra, la fuerza de atracción hacia la Tierra dominará sobre la fuerza hacia la Luna; si el cohete se encuentra cerca de la Luna, la fuerza de atracción hacia la Luna dominará sobre la fuerza hacia la Tierra; así que debe existir algún punto intermedio en donde la fuerza de atracción hacia

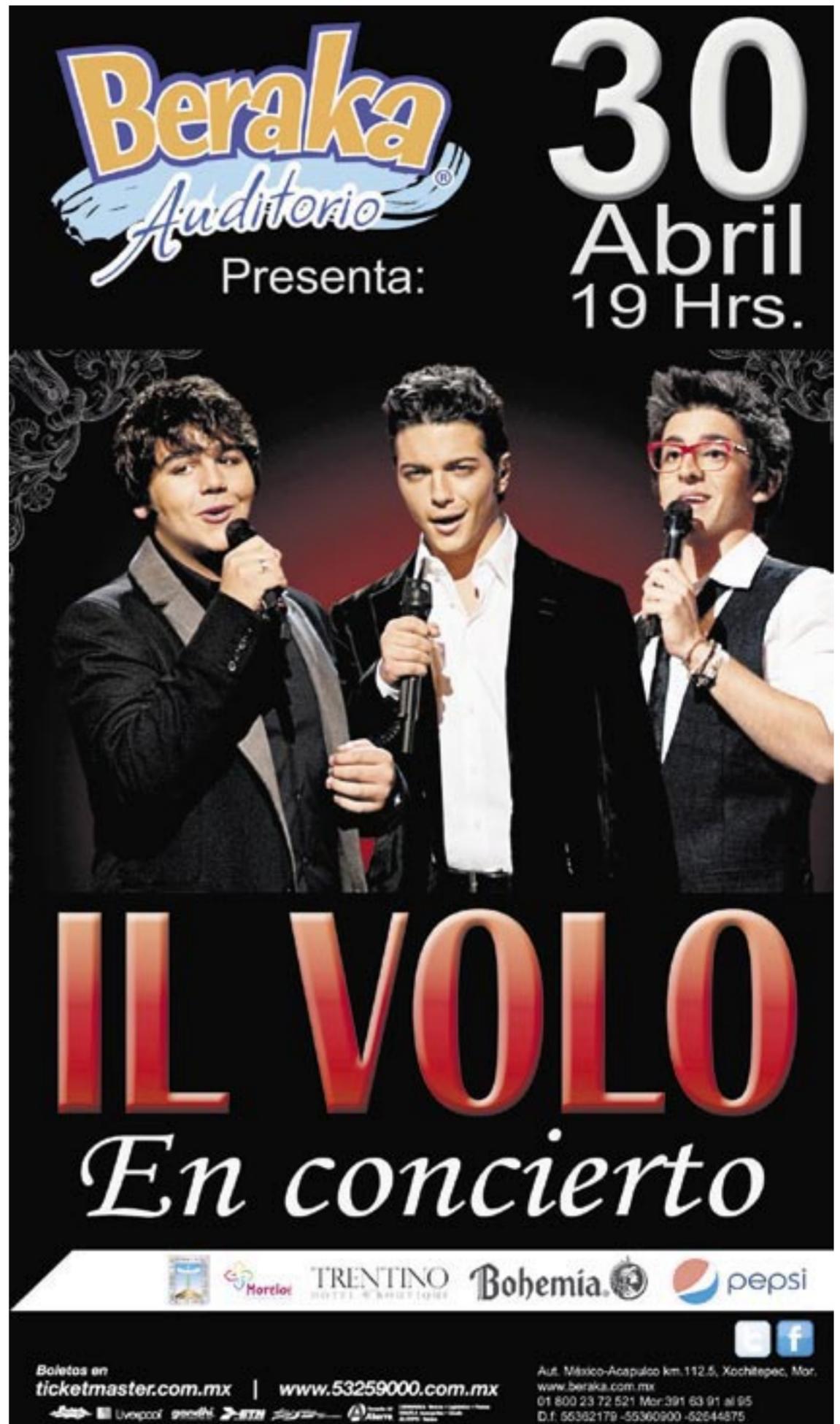
la Tierra sea exactamente igual a la fuerza de atracción hacia la Luna, haciendo así que la fuerza de gravedad sobre el cohete en ese punto sea exactamente cero. El físico francés Joseph-Louis Lagrange resolvió en 1772 el problema de encontrar la posición alrededor del sistema Tierra-Luna en donde un objeto de masa pequeña se encuentre en reposo absoluto respecto a la Tierra y a la Luna; descubrió que en realidad la situación no es tan simple como parece, porque la Luna está girando alrededor de la Tierra y esta rotación introduce una pseudo-fuerza adicional actuando sobre el objeto pequeño, es decir, la fuerza centrífuga (ver la referencia [1]), además de las dos fuerzas de atracción gravitatoria hacia la Tierra y la Luna. Lagrange encontró que son cinco las posiciones en un sistema orbital donde un objeto pequeño, sólo afectado por la gravedad de dos masas mucho mayores, puede estar estacionario respecto a los dos objetos más grandes, en este caso respecto a la Tierra y la Luna. Los puntos de Lagrange marcan las posiciones donde la atracción gravitatoria combinada de las dos masas grandes proporciona la fuerza centrípeta (que es la que se opone a la fuerza centrífuga) necesaria para rotar sincrónicamente con la menor de ellas [2]. Esta última frase significa que en realidad el objeto pequeño no se encuentra en reposo respecto a un sistema de referencia inercial (es decir, que no está acelerado), como podría ser un conjunto de estrellas lejanas. El objeto pequeño, aparentemente en reposo si lo vemos desde la Tierra o desde la Luna, en realidad rota con el sistema de referencia que establece el eje móvil Tierra-Luna y lo hace exactamente con la misma velocidad de dicho eje. El mismo esquema puede aplicarse al sistema Sol-Tierra y la figura 1 muestra la posición de los puntos de Lagrange alrededor de éste. Hay dos maneras diferentes para llegar a la Luna; la primera y más rudimentaria sería usando un disparo único del objeto desde la Tierra. La segunda, mucho más sofisticada pero que permite un control preciso de la trayectoria, es usando un vehículo autopropulsado, es decir, un cohete. En el lanzamiento de un cohete la energía requerida se aplica no sólo en el disparo inicial sino que se va gastando conforme se va necesitando para acercarse gradualmente al punto L1 (ver figura 1) en el sistema Tierra-Luna.

Analicemos el disparo único que lleva a una trayectoria llamada "balística". Todos hemos lanzado piedras hacia arriba y vemos

que mientras más rápido es el lanzamiento, más alto llega la piedra. Podemos preguntarnos si una bala disparada directa-

mente hacia arriba (viajando a 1 km por segundo o 3600 km/h) es capaz de escapar a la atracción de la Tierra, y la respuesta es no. La bala no tiene la energía cinética (positiva, porque es de movimiento) suficiente para contrarrestar la energía potencial (negativa) gravitacional que ésta tiene en la superficie de la Tierra. Usando la alternativa "balística",

CONTINÚA EN LA PÁG. 36



Beraka Auditorio
Presenta:
30
Abril
19 Hrs.

IL VOLO
En concierto

Boletos en ticketmaster.com.mx | www.53259000.com.mx

Aut. México-Acapulco km. 112.5, Xochitepec, Mor.
www.beraka.com.mx
01 800 23 72 521 Mor.391 63 91 al 95
D.F. 55382179 -55360900 -52544875

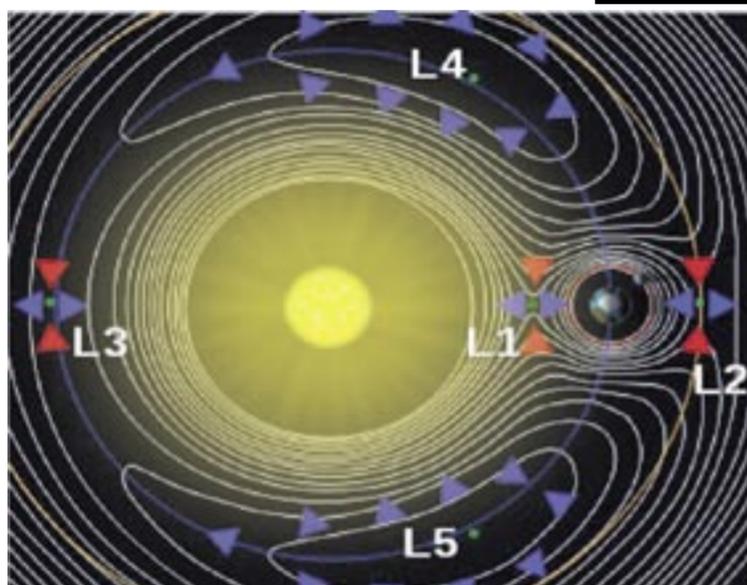


Figura 1. Las posiciones de los cinco puntos de Lagrange en el sistema Sol-Tierra están marcados L1 a L5. Las flechas indican hacia dónde sería el movimiento del objeto si se le saca de los puntos de Lagrange: las flechas azules lo alejan del punto de Lagrange y las flechas rojas lo regresan al punto de Lagrange. Los puntos L4 y L5 son máximos (totalmente inestables) mientras que L1 a L3 son puntos silla (inestables si mueven en la dirección del eje Sol-Tierra pero estables si se mueven en la dirección perpendicular al eje Sol-Tierra).

VIENE DE LA PÁG. 35

la velocidad que se requiere para llegar a la altura de los puntos de Lagrange sobre la Tierra es tan grande que ni siquiera las moléculas de nitrógeno y oxígeno del aire (viajando cerca de 4 km por segundo) poseen tal celeridad. Este hecho es muy afortunado en nuestro planeta porque impide que la atmósfera se escape de la Tierra. Así que, usando la alternativa balística, la velocidad que se requiere para escapar de la Tierra es de 11.2 km/s o la fabulosa cantidad de 40,320 km/h. Esto explica porqué las misiones a la Luna no pueden usar la alternativa balística: los astronautas quedarían aplastados sobre su propio peso al sufrir la aceleración inicial necesaria para lograr el despegue balístico a 11 km por segundo. Las misiones a la Luna usan cohetes que van adquiriendo más y más velocidad conforme se elevan hasta alcanzar una velocidad cercana a la velocidad de escape de la Tierra. Notamos que el peso a elevar incluye el del combustible que se requiere para alcanzar la velocidad de escape y éste resulta ser muy grande respecto a la masa efectiva que llegará a la Luna. Como el peso del cohete y su combustible es muy grande, los motores del cohete deben ser capaces de quemar una cantidad enorme de combustible por segundo para aumentar la velocidad del cohete desde 0 km/h hasta varias decenas de miles de kilómetros por hora en menos de cinco minutos. Aquí resultan interesantes los datos del cohete Saturno V. Cada uno de los motores pesa nueve toneladas y vienen en paquetes de cinco (ver figura

2). El cúmulo de motores de 45 toneladas producía una potencia de 32 millones de caballos de fuerza y quemaba 3100 kg de combustible cada segundo [3]. Estos motores eran capaces de girar a más de 40,000 revoluciones por minuto y de impulsar al cohete a 61 km sobre la Tierra en menos de tres minutos. Durante el viaje la máxima velocidad de la cápsula con los astronautas alcanzaba los 48,200 km/h, justo antes de iniciar el frenado para entrar en la órbita lunar. El Saturno V, de 111 metros de altura y 11 metros de diámetro fue diseñado por un equipo liderado por Wernher von Braun. El Saturno V consta de tres etapas para ir deshaciéndose de masa inútil (motores y tanques de combustible) durante el ascenso y contaba con una masa total inicial de 3000 toneladas [4]. Este cohete era capaz de poner 120 toneladas en órbita alrededor de la Tierra y de poner 45 toneladas en la Luna [4]. El Saturno V es la mayor obra de la ingeniería espacial y constaba de más de 3 millones de piezas. Los cohetes Saturno V llevaron 13 misiones Apolo con 24 astronautas a la Luna. Existen videos que muestran el despegue de las misiones Apolo de 1968 a 1973. El costo del programa Apolo fue 32,000 a 45,000 millones de dólares (en dólares de 2007). El costo de la guerra en Irak era de 2,000 millones de dólares por semana, así que todo el programa Apolo tuvo únicamente el costo de 16 a 23 semanas de la guerra en Irak. Con el último vuelo del Transbordador Espacial en 2011, el gobierno de los E.U.A. canceló el programa espacial quedándo-



Figura 2. El cohete Saturno V en el Centro Espacial Johnson de Houston, Texas.

se sin la posibilidad de poner un hombre en órbita, ya no digamos de ir la Luna. En cambio, otros países como China e India, avanzan en sus programas para ir a la Luna por el interés que existe en

explotar minerales ricos en tritio y helio-3 que existen en las rocas lunares [5]. El tritio (un isótopo del hidrógeno poco abundante en la Tierra con dos neutrones y un protón) y el helio-3 (un isó-

po del helio con dos protones y un neutrón) representan la materia prima ideal para lograr la generación de energía a través de la fusión nuclear [6].

Bibliografía:

- [1] Pseudo-fuerzas en acción, sección de la ACM en La Unión de Morelos, http://www.acmor.org.mx/descargas/11_ago_22_huracan.pdf
 [2] http://es.wikipedia.org/wiki/Puntos_de_Lagrange
 [3] http://en.wikipedia.org/wiki/Saturn_V.
 [4] <http://blogs.sundaymercury.net/weirdscience/2009/07/celebrating-the-saturn-v.html>.
 [5] R.W. Stoenner et al., Radioactive and rare gases and tritium in lunar rocks, Proc. Sec. Lunar Sci. Conf. 2, 1813 (1971).
 [6] M. Schriber, How lunar rocks could power the future; <http://www.msnbc.msn.com/id/26179944/>

La mejor Alta Definición

Más de 50[™] canales con calidad digital incluyendo más de 20[™] canales en HD

por sólo \$119²⁾

adicionales al servicio Digital.



¡Pruébalo, un mes Gratis!

Además el mejor esquema de contratación de TV's Digitales Adicionales en el Mercado, desde \$30 al mes.⁴⁾

¡Compáranos!

Contrata al:
01 800 522 2530
www.cablemas.com





El Futuro a tu alcance

[1] La cantidad de canales puede variar dependiendo de la ciudad. [2] Aplica sólo para clientes con paquetes 100+. Para clientes con sólo Servicio de Cable Digital tiene un costo de \$149. [3] Vigencia de la promoción al 29 de Febrero del 2012. [4] Tarifa correspondiente a la 3a Caja Adicional, 1a Caja Adicional por \$60, 2a Caja Adicional por \$40 adicionales a tu renta mensual. El pago por instalación se realizará por equipo contratado, precio de instalación para clientes que sólo tienen video contratado, \$100 dividido en 2 pagos de \$250; clientes con paquete, \$200 dividido en 2 pagos de \$100. Todas las cajas son propiedad de Cablemas; el suscriptor que contrate cajas adicionales deberá pagar, más pago de instalación y la renta mensual. Instalación sujeta a cobertura. Para mayor información, otros términos, condiciones y coberturas visitarnos en oficinas Cablemas, o llamarnos al 01 800 522 2530.

Para actividades recientes de la Academia y artículos anteriores puede consultar:
www.acmor.org.mx