

ACADEMIA DE CIENCIAS DE MORELOS, A.C.



La Ciencia, desde Morelos para el mundo

COMUNICADO DE PRENSA DE LA ACADEMIA DE CIENCIAS DE MORELOS

Toda la delegación mexicana, premiada en la 48 Olimpiada Internacional de Matemáticas celebrada en Vietnam

Competidor morelense obtuvo medalla de bronce
Del 19 al 31 de julio, en Hanoi, Vietnam, se llevó a cabo la 48

Olimpiada Internacional de Matemáticas (IMO), con la participación de 520 competidores de 93 países, de los cinco continentes.

El equipo mexicano, compuesto por Isaac Buenrostro Morales, de Jalisco, Fernando Campos García, del DF, Aldo Pacchiano Camacho, de Morelos y Cristian Manuel Oliva Avilés, de Yucatán, que obtuvieron medalla de bronce, y Marco Antonio Ávila Ponce de León, y Manuel Jesús Novelo Puc, de Yucatán, que fueron merecedores de Mención Honorífica. El equipo

fue acompañado por los profesores Radmila Bulajich, presidenta del Comité de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas y profesora de la Facultad de Ciencias de la UAEM, y Rogelio Valdez, responsable de los entrenamientos y también profesor de la Facultad de Ciencias de la UAEM.

El examen se llevó a cabo los días 25 y 26 de julio, en Hanoi, Vietnam.



La Delegación Mexicana durante el desfile inaugural de la olimpiada. Aldo Pacchiano es el segundo de derecha a izquierda.

"El Cero y el Infinito

Kurt Bernardo Wolf
Miembro de la Academia de Ciencias de Morelos
Centro de Ciencias Físicas, UNAM

En el año 999 Gerbert de Aurillac ascendió al Trono de San Pedro con el apoyo del emperador Otón III, de la dinastía carolingia, tomando el nombre de Silvestre II. Su homónimo Silvestre I había sido Obispo de Roma durante la conversión de Constantino y, canonizado, su fiesta se celebraba el 31 de diciembre. Por ello se rumoraba que cumplía la profecía del Apocalipsis 20:1-3, y era el Anticristo vivo sobre la tierra al cabo del milenio. Era sospechoso por varios motivos, entre ellos su notable curiosidad intelectual, que lo llevó a estudiar con matemáticos judíos y sarracenos en España durante su juventud. Aunque su reinado duró apenas tres años (como había predicho Juan en Patmos), Gerbert tuvo una influencia milenaria: introdujo a Europa el ábaco.

Los numerales hebreos, griegos y romanos utilizan las letras del alfabeto; son útiles para representar números pequeños, pero son muy difíciles para trabajar seriamente con ellos. ¿Cuántos son CCXLIX panes más CLVIII panes? ¿Cómo se reparten MDCCCXXV ducados entre LVII soldados? Con el ábaco, verdadera computadora digital, los números se representan por cuentas sobre varillas de

unidades, decenas, centenas, etc., y se hace patente la existencia del cero. Generaciones de banqueros utilizaron con deleite el nuevo aparato y, por extensión, adoptaron el sistema de numeración arábiga, donde la ausencia de una potencia de diez se representa por un punto. Posteriormente éste fue convertido en el bello símbolo 0 del orbe vacío. Paradójicamente, el cero es también indispensable para representar los números grandes, continuando la extensión vertical del ábaco hacia arriba y hacia abajo para representar fracciones decimales cada vez menores, como mucho antes deben haberlo hecho los pitagóricos de Alejandría. Así, el cero está preñado con el embrión del infinito. "¿Cuál es el número más grande, papá?" ("¿Cállate y vete a ver la tele!") Dame cualquier número y os daré uno mayor—sumándole uno. El concepto del infinito es más difícil de aprehender porque está cargado de significados religiosos. Tratando de conciliar la lógica aristotélica con afirmaciones reveladas, Moisés Maimónides y Tomás de Aquino laboraron y escribieron sobre el infinito; en particular, el Doctor Angélico formuló cinco argumentos racionales para probar la existencia de Dios en su *Summa Theologica*, escrita a mediados del siglo XIII. Argüía sobre primeras causas y últimos propósitos, pues no podía aceptarse que regresiones y sucesiones no tuviesen un término

finito. Seguramente nos encontramos con este problema—en versión simplificada—cuando en primaria nos pidieron dividir diez entre tres, y descubrimos que la división producía una cadena interminable de treses; y nos encontramos mirando a los ojos de un pequeño infinito.

Presentaré un argumento desarrrollado por los griegos alejandrinos muchos siglos antes del Dr. de Aquino para demostrar que la raíz cuadrada del número 2 no puede ser escrita como la razón de dos primos relativos. Es decir, que no existen dos números enteros p y q sin divisores comunes, tales que $(p/q)^2 = 2$. Pues si proponemos la hipótesis de que tales dos números existen, entonces $p^2 = 2q^2$ sería un número par, lo cual implicaría que p es par (por favor querido lector, verifica esta afirmación), y podríamos escribir $p = 2r$, con r algún entero. Y entonces, reemplazando, $4r^2 = 2q^2$, o sea $q^2 = 2r^2$, por lo cual q también sería par. Y así llegaríamos a la conclusión que tanto p como q son divisibles entre 2, y no primos relativos, que era nuestra hipótesis. Ergo, la hipótesis es falsa, y no existen tales p y q . Este método de demostración se llama *reductio ad absurdum* (reducción al absurdo) y no es trivial para el entendimiento humano. Tampoco es trivial para las matemáticas, pues mientras que la representación decimal de cualquier razón de enteros p/q contiene

un ciclo de dígitos que se repite (como el 3.333...), la raíz cuadrada de 2 tiene una representación decimal (o binaria, o vigesimal, o en cualquier base) donde los dígitos no repiten patrón alguno, y tienen las características de una sucesión infinita de números al azar. Y en este caso el infinito que nos encontramos mirando tiene los ojos de una temible bestia. Los pitagóricos formaban una sociedad hermenéutica, con secretos como la existencia del dodecaedro, que no debían ser revelados al común de los mortales. No sé si el Dr. de Aquino reconocería la similitud entre el aparente problemita de la raíz de dos con los suyos, que habrán sido considerablemente mayores. Pero no solamente la raíz cuadrada de 2 es un número irracional (es decir, no-racional, no la razón de dos enteros); también es su raíz cúbica, cuarta, etc., y las raíces de cualquier entero que no sea cuadrado perfecto; también lo es el número π (pi, la razón de la circunferencia al diámetro de cualquier círculo plano, 3.141592654...), y cualquier múltiplo o submúltiplo de él. El número e (la base de los logaritmos naturales), γ (la constante de Euler-Mascheroni), y cualquier suma o producto de éstos y otros números irracionales que los matemáticos han estudiado durante los últimos dos o trescientos años. De esta manera hemos domando poco a poco el cero y el infinito, éste entendido como un límite—no como un número, y ordenando la línea completa de los números reales. También hemos introduci-

do otros números que nunca estuvieron patentes a la vista humana, como aquellos compuestos con la famosa raíz cuadrada de menos uno, $i^2 = -1$: los números complejos, indispensables para formular la mecánica cuántica de los fenómenos microscópicos; los cuaterniones, octoniones y números de Klein, los cuales no conmutan (xy distinto de yx), o no asocian (xy por z distinto de x por yz), con un largo etcétera.

En la callada épica del cero al infinito hay muchos héroes cuyos nombres no están ni modestamente representados en las calles de Cuernavaca: Cardano, Napier, Copérnico, Galileo, Newton, Fourier, Euler, Gauss, Cantor, Hilbert, Banach, y cientos de otros matemáticos que tuvieron la curiosidad por entender el universo de los números y de otros entes abstractos que ellos mismos crearon fuera de la Creación, analizando brillantemente para descubrir sus insólitas propiedades. El cero que conocían los mayas—*el Kinam*—feneció con el derrumbe de su civilización, y sólo debido a las investigaciones arqueológicas sabemos que alguna vez existió. Los alejandrinos continuadores del mítico Pitágoras corrieron una suerte casi—casi—igual, aunque fueron rescatados por los árabes que tuvieron su época de oro durante el califato de Bagdad. Es difícil imaginar en qué estadio estaríamos si aún trabajáramos el infinito con la pesada lógica tomista de silogismos y revelaciones místicas, o con el simple ábaco de Gerbert de Aurillac.